



III Congresso Brasileiro de Jovens Pesquisadores
em Matemática Pura, Aplicada e Estatística

Curitiba, December 12-14, 2018

Session: Singularidades e Folheações

Organized by Ariel Molinuevo (Universidade Federal do Rio de Janeiro)
Luis Renato G. Dias (Universidade Federal de Uberlândia)
and Miriam da Silva Manoel (Universidade Federal da Paraíba)

Schedule

Wednesday, December 12

- | | |
|---------------|---|
| 9:00 - 9:30 | Opening |
| 9:30 - 10:30 | Plenary talk 1 |
| 10:30 - 11:00 | Coffee break |
| 11:00 - 11:30 | Alan Do Nascimento Muniz (UFES)
<i>Simetrias de folheações no plano projetivo complexo</i> |
| 11:30 - 12:00 | GUSTAVO FRANCO MARRA DOMINGUES (UNIFEI)
<i>Formas Normais Locais para hipersuperfícies reais analíticas Levi-Flat</i> |
| 12:00 - 13:30 | Lunch |
| 13:30 - 14:30 | Plenary talk 2 |
| 14:40 - 15:10 | Debora Lopes da Silva (UFS)
<i>Linhas de Curvatura Principal em Hipersuperfície imersas no \mathbb{R}^4</i> |
| 15:10 - 15:40 | Edileno de Almeida Santos (UFGD)
<i>O Teorema da Separatriz</i> |
| 15:40 - 16:10 | Maico Felipe Silva Ribeiro (UFES)
<i>Milnor-Hamm sphere fibrations and the equivalence problem</i> |
| 16:10 - 16:40 | Thaís Maria Dalbelo (UFSCar)
<i>Morse critical points and Newton polygons</i> |
| 16:40 - 17:10 | Coffee break |
| 17:10 - 18:40 | Round Table |

Thursday, December 13

- 9:00 - 10:00 Plenary talk 3
10:00 - 10:30 Coffee break
12:00 - 13:30 Lunch
13:30 - 14:30 Plenary talk 4
14:40 - 15:10 Rafaella de Souza Martins (UFSC)
Fibração de Milnor para uma família de polinômios mistos
15:10 - 15:40 Javier Gargiulo Acea (Universidad de Buenos Aires)
Logarithmic forms and singular projective foliations
15:40 - 16:10 Federico Quallbrunn (Universidad de Buenos Aires)
Desdobramento de folheações: relações entre álgebra comutativa e determinação finita
16:40 - 17:10 Coffee break
20:00 - 0:00 Social dinner

Friday, December 14

- 9:00 - 10:00 Plenary talk 5
10:00 - 10:30 Coffee break
12:00 - 13:30 Lunch
13:30 - 14:30 Plenary talk 6
16:40 - 17:10 Coffee break
17:10 - 18:40 Assembly

Abstracts

1. *Speaker:* **Alan Do Nascimento Muniz***Affiliation:* UFES*Title:* ***Simetrias de folheações no plano projetivo complexo***

Considere uma folheação \mathcal{F} em \mathbb{P}^2 de grau $d \geq 5$. Provaremos que se o grupo de automorfismos $\text{Aut}(\mathcal{F})$ é finito, então $|\text{Aut}(\mathcal{F})| \leq 6(d-1)^2$. Para tal, classificaremos todas as folheações com grupo de automorfismos finito cuja ordem excede $3(d^2 + d + 1)$. Esta classificação é obtida em duas etapas: a primeira investigando conjuntos invariantes pelo grupo e a segunda estabelecendo uma fórmula de tipo Molien que permite descrever folheações invariantes por um grupo dado. Também provaremos que $|\text{Aut}(\mathcal{F})| = 3(d^2 + d + 1)$ se, e somente se, \mathcal{F} é a folheação de Jouanolou. Este é um trabalho em colaboração com Rudy Rosas (PUCP).

2. *Speaker:* **GUSTAVO FRANCO MARRA DOMINGUES***Affiliation:* UF Itajuba (MG)*Title:* ***Formas Normais Locais para hipersuperfícies reais analíticas Levi-Flat***

Estudamos formas normais de germes de hipersuperfícies reais analíticas Levi-flat singulares. Provamos a existência de formas normais rígidas para hipersuperfícies Levi-flat singulares definidas pelo anulamento da parte real de polinômios quase-homogêneos com singularidade isolada. Este resultado generaliza resultados prévios de D. Burns e X. Gong, e de Fernández-Pérez. Além disso, provamos a existência de duas novas formas normais rígidas para hipersuperfícies reais analíticas Levi-flat que são preservadas por uma mudança de coordenadas isócoras (preservadoras de volume).

3. *Speaker:* **Debora Lopes da Silva***Affiliation:* Universidade Federal de Sergipe*Title:* ***Linhas de Curvatura Principal em Hipersuperfície imersas no \mathbb{R}^4***

Nesta apresentação falaremos sobre folheações mutuamente ortogonais, em variedades tridimensionais orientadas \mathbb{M}^3 , cujas folhas são as linhas de curvatura principal associadas à imersões $\alpha : \mathbb{M}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$. Será descrito o comportamento dessas folheações em torno de suas singularidades genéricas, que ocorrem em pontos, chamados parcialmente umbílicos, onde pelo menos duas curvaturas principais coincidem. Este é um trabalho em colaboração com R. Garcia e J. Sotomayor.

4. *Speaker:* **Edileno de Almeida Santos***Affiliation:* UFGD (MS)*Title:* ***O Teorema da Separatriz***

O Teorema da Separatriz de C. Camacho e P. Sad garante a existência de curva invariante (separatriz)

passando por singularidade de germe de folheação holomorfa em superfície complexa, valendo quando a superfície subjacente à folheação é suave ou quando é singular e o grafo dual da resolução da singularidade é contrátil. Vamos apresentar uma maneira de garantir existência de separatriz mesmo quando o grafo dual do ponto singular da superfície não é contrátil. Será necessário exigir uma condição extra da folheação, a saber, ausência de sela-nó em sua redução de singularidade.

5. *Speaker:* **Maico Felipe Silva Ribeiro**

Affiliation: UFES

Title: ***Milnor-Hamm sphere fibrations and the equivalence problem.***

Let $G : (\mathbb{R}^m, 0) \rightarrow (\mathbb{R}^p, 0)$ be a non-constant real analytic map germ. Under the condition isolated singularity at $0 \in \mathbb{R}^m$, it was shown by J. Milnor that there exists a tube fibration and a sphere fibration. Together they contribute to the definition of a *higher open book structure* in the more general case when the singular set G is non-isolated but still included in the central fibre $G^{-1}(0)$. Recently one started to enrich this landscape by treating the case of a positive dimensional discriminant ΔG . As a matter of fact this is the natural general setting for map germs with $p > 1$. As one can easily see, $\Delta G = \{0\}$ remains a very special situation. The tube fibration for positive dimensional discriminant, has been introduced in a recently paper by M. Ribeiro, R. Araújo dos Santos and M. Tibar under the name *singular Milnor-Hamm tube fibration*, and several new classes of singular map germs with such fibration have been presented. This means that over each connected component of the complement of ΔG there is a well-defined locally trivial fibration, and there are finitely many such components. According to Milnor's program, there are two more steps in order to define *open book structures with singularities*. Our work is devoted to this task in the most reasonable setting of a *radial discriminant*. We introduce the *Milnor-Hamm sphere fibration*, we give natural sufficient conditions such that this exists and we exhibit several such classes of singular maps. We then state the problem of the equivalence with the corresponding Milnor-Hamm empty tube fibration and we show how to solve it in our general setting under natural supplementary conditions.

6. *Speaker:* **Thaís Maria Dalbello**

Affiliation: Universidade Federal de São Carlos - UFSCar

Title: ***Morse critical points and Newton polygons***

Given $(Y, 0) \subset (\mathbb{C}^n, 0)$ a non-degenerate complete intersection we use toric combinatorial and Newton polygons to compute the number of stratified Morse critical points appearing in a morsefication of an analytic function $g : (Y, 0) \rightarrow (\mathbb{C}, 0)$ with isolated critical point. Joint work with Luiz Roberto Hartmann Junior

7. *Speaker:* **Rafaella de Souza Martins**

Affiliation: Universidade Federal de Santa Catarina

Title: ***Fibração de Milnor para uma família de polinômios mistos.***

Em [4] os autores começaram a estudar a existência das fibrações de Milnor [2] e Milnor-Lê da função $\psi_{F,X} : U \subset \mathbb{C}^n \longrightarrow \mathbb{C}$ definida como,

$$\psi_{F,X}(z) = \langle F(z), X(z) \rangle = \sum_{j=1}^n F_j(z) \overline{X_j(z)}, \quad (1)$$

com $F = (k_1 z_{\sigma_1}^{a_1}, \dots, k_n z_{\sigma_n}^{a_n})$ e $X = (t_1 z_1^{b_1}, \dots, t_n z_n^{b_n})$ campos de vetores holomorfos, onde $k_j, t_j \in \mathbb{C}^*$, os $a_j, b_j \in \mathbb{Z}^+$ e $\{\sigma_1, \dots, \sigma_n\}$ é a permutação do conjunto $\{1, \dots, n\}$. Quando essa família de polinômios homogêneos pesados mistos tem singularidade isolada, por [4], existe as fibrações de Milnor e Milnor-Lê. Consideramos a aplicação (1) analítica real com valor crítico não isolado, isto é, com $a_j = b_j$ para pelo menos um j e $a_j \neq b_j$ para pelo menos um j . Essa aplicação não satisfaz as condições de [4]. Concluímos a existência da fibração de Milnor, usando [1]. Mostramos algumas características desta família para garantir a existência da fibração sobre os valores regulares e os valores críticos [3] de $\psi_{F,X}$ e a relação entre elas. Exibimos algumas propriedades interessantes de $\psi_{F,X}$, por exemplo ser ICIS e $\psi_{F,X}^{-1}(d)$, $d \in \Delta_{\psi_{F,X}}$ são regulares. **Referências** [1] J.L. Cisneros-Molina, A. Menegon, J. Seade and J. Snoussi, *The d_h -regularity for real analytic map-germs*. Preprint. [2] J. Milnor, *Singular points of complex hypersurfaces*. Annals of Mathematics Studies, No. 61 Princeton University Press, Princeton, N.J.; University of Tokyo Press, Tokyo, 1968. [3] R. S. Martins and A. Menegon Neto, *Lê-Milnor type fibrations for subanalytic maps*. (arXiv:1806.05349). [4] M. A. S. Ruas, J. Seade, A. Verjovsky, *On real singularities with a Milnor fibration*. Trends in singularities, Trends Math., Birkhauser, Basel, (2002), p.191-213.

8. *Speaker: Javier Gargiulo Acea*

Affiliation: Universidad de Buenos Aires

*Title: **Logarithmic forms and singular projective foliations.***

At first instance, we are going to describe formulas for regular projective logarithmic q-forms and characterize those that define singular foliations of codimension q in a projective space. Then, the main idea is to present the algebraic proof of their infinitesimal stability when $q = 2$ with some extra degree assumptions, and briefly explain the same result for logarithmic forms of degree one. This work allows us to determine new irreducible components of the corresponding moduli space of codimension two singular projective foliations of a fixed degree. Our techniques, based on computing explicitly the Zariski tangent of the moduli space at a given logarithmic form, let us also deduce that these components are generically reduced according to its induced scheme structure. Likewise, various aspects of the rational parametrization which defines these components will be mentioned, as the characterization of its base locus and its generic injectivity. Finally, we will also explain some technical issues in order to extend these results to the general case $1 \leq q \leq n - 2$. References: Calvo-Andrade, O. Irreducible components of the space of holomorphic foliations. *Mathematische Annalen* - 299(1) (1994). Cukierman, F., Gargiulo, J. & Massri, C. Stability of logarithmic differential one-forms. To appear on *Transactions of the American Mathematical Society* (2018). Gargiulo, J. Logarithmic forms and singular projective foliations. arXiv:1803.05955 [math.AG] (2018). Jouanolou, J. P. *Equations de Pfaff algébriques*. Springer Lecture Notes in Mathematics 708, (1978).

9. *Speaker:* **Federico Quallbrunn**

Affiliation: Universidad de Buenos Aires

Title: ***Desdobramento de folheações: relações entre álgebra comutativa e determinação finita.***

Vamos falar sobre desdobramentos de folheações de vários pontos de vista, principalmente vamos a relacionar os desdobramentos de uma folheação com o problema da determinação finita do germe da folheação, além disso vamos falar do estudo dos desdobramentos através do álgebra comutativa para finalmente relacionar os dois problemas.